

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 5D2532

1. Докажите, что определитель матрицы квадратичной части и определитель расширенной матрицы квадратичного уравнения $(Ax, x) + 2(b, x) + c = 0$ сохраняются при переходе от декартовой системы координат к другой декартовой системе.
2. Пусть L — линейное подпространство в n -мерном линейном пространстве V . Докажите, что если $\dim L < n$, то в пространстве V имеется базис, в котором ни один из векторов не принадлежит подпространству L .
3. Докажите, что ядро гомоморфизма является нормальной подгруппой.
4. Какое максимальное число нулей при $0 \leq x < 2\pi$ может иметь функция

$$f(x) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \cos(kx), \quad a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}?$$